

Coconstrucción¹ de conocimiento algebraico en el primer ciclo de la ESO mediante la participación en foros de conversación electrónicos

*Pilar Royo Regueiro
IES Montilivi (Girona)*

Resumen

La intención de este documento es presentar las posibilidades que ofrecen los foros de conversación electrónicos como mediadores en la coconstrucción de conocimiento algebraico.

Palabras clave

Álgebra, conversación, entornos electrónicos.

Abstract

The purpose of this paper is to present conversation forums on a virtual environment, exploring the possibilities that they offer as mediators on the co-construction of learning algebra.

Key words

Algebra, conversation, electronic environments.

Introducción

El aprendizaje del álgebra puede constituirse en una herramienta potente para aprender a pensar mejor, lo cual le otorga un valor en sí mismo. El pensamiento algebraico, a través de los procesos de abstracción y generalización que le son propios, desarrolla la capacidad cognitiva de ver más allá de lo que es particular. Pero para que este valor sea incorporado por nuestros alumnos a nivel social, no pueden descuidarse los valores asociados a la metodología que se utiliza en el proceso de aprendizaje. Autores como d'Ambrosio (2005) proponen adoptar una postura ética mediante un currículo que coloque en primer plano actividades significativas para los alumnos, conducidas en función de objetivos apropiados y dando relevancia a la naturaleza interactiva, cooperativa y reflexiva de la educación matemática. Facilitar el discurso y el aprendizaje en un ambiente

¹ El término *coconstrucción* hace referencia a la significación que tiene el hecho de compartir objetivos cognitivos comunes y que el resultado alcanzado no sea la simple yuxtaposición de información sino su elaboración, reformulación y construcción conjunta entre los participantes (Crook, 1998).

colaborativo es contribuir a proporcionar el contexto adecuado para el desarrollo de los valores señalados. A estos motivos podemos añadir otros académicos relacionados con el currículo escolar para concluir que es altamente conveniente que todos los alumnos alcancen cierto grado de competencia algebraica.

Pero a pesar de lo dicho anteriormente, en el ámbito docente son ampliamente reconocidas las dificultades presentadas por los estudiantes en la comprensión del álgebra y del lenguaje algebraico. Autores como Kieran (1992) se han preguntado qué motivos radican en los contenidos, en la enseñanza y aprendizaje, o en las tareas de esta rama de las matemáticas en el período escolar. Se trata de dificultades que han sido y siguen siendo objeto de estudio de diversas investigaciones (Booth, 1984, 1988; Malisani, 1999; Palarea, 1988; Socas et al, 1990; Tall, 1989,...).

El propósito general de este estudio no radica en ahondar en las dificultades señaladas, sino en buscar alternativas que tengan en cuenta las aportaciones de los diversos estudios e investigaciones ya realizados. Adscribiéndonos al punto de vista de Cobb y Gravemeijer (2006), se trata de explorar y mostrar ejemplos de tareas que pongan de manifiesto la utilidad de algunos instrumentos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del álgebra. Como punto de partida, se asume la relevancia del *discurso* y el trabajo *colaborativo* en la resolución de problemas De acuerdo con Bishop:

Dos personas que resuelven un problema sólo pueden colaborar si se preocupan de compartir significados y de revelar contrastes. (...) La manera de conocer que nos interesa desarrollar es un conjunto de ideas y de

significados contruidos socialmente (Bishop, 1999, pp 191).

Se trata de facilitar la *conversación* entre los alumnos y de los alumnos con la profesora; favorecer que los alumnos *hablen de matemáticas*, utilizando el lenguaje natural como metalenguaje para expresar ideas matemáticas, descubriendo progresivamente a lo largo del proceso de discusión la utilidad de la aplicación y uso del lenguaje matemático, y en particular del lenguaje simbólico. Para ello, se han utilizado *foros electrónicos* del entorno virtual Moodle (*Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*). Estos foros permiten la interacción y la participación de todos los estudiantes a un nivel y con unas características que difícilmente podrían conseguirse en el aula a través de la conversación oral (aunque no cuestionemos que ésta goce de otras condiciones insustituibles). Así, se parte del intercambio conversacional para ir introduciendo de forma progresiva una mayor formalización y uso del lenguaje algebraico en la ejecución de determinadas actividades matemáticas.

Frente al modelo de enseñanza tradicional que privilegia el objeto de conocimiento y concede un papel pasivo al sujeto, se adoptará una perspectiva socioconstructivista. Sin dejar de tener en cuenta los significados compartidos de las verdades matemáticas, se seguirá la línea de los autores que consideran necesario fomentar la discusión, los puntos de vista y opiniones que permiten establecer conexiones personales y construir significados colectivos y personales. Se acepta que el conocimiento se construye con las interacciones entre la profesora y los estudiantes, y entre los estudiantes. Se explorarán las posibilidades y capacidad de motivación para el alumnado que ofrecen los foros de conversación de un entorno electrónico

como mediadores en la coconstrucción del conocimiento algebraico.

Por otra parte, el uso de foros permite que los estudiantes se conviertan en el centro de su propio aprendizaje. La *función docente* de control y fuente infalible de información, debe cambiar para asumir la de diseño y gestión de la actividad, facilitando el discurso y el andamiaje necesario a través de la instrucción directa (Anderson, 2001).

Problemas en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra

Actualmente en España se introduce el Álgebra en el primer ciclo de la ESO. Entre los objetivos generales de esta etapa, recogidos en el currículo de matemáticas de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación, LOCE, (MEC, 2002), se encuentra el de «Usar correctamente el lenguaje matemático con el fin de comunicarse de manera clara, concisa, precisa y rigurosa» (objetivo 00.3). Es habitual realizar esta introducción al álgebra en un período corto de tiempo que se destina principalmente al acceso a expresiones algebraicas sencillas y a aprender técnicas de manipulación de símbolos. Se espera que los estudiantes dominen las habilidades de la manipulación simbólica y se les ofrecen pocas oportunidades de descubrir por sí mismos las posibilidades del álgebra. En general, se presentan algunos problemas:

- Problemas relacionados con el contenido, como la tendencia general a considerar el álgebra como una parte del currículo incluido en el desarrollo de técnicas.
- Un problema de falta de motivación entre los estudiantes (Kaput, 2000).

- Un problema de gestión del tiempo que se concede usualmente a los estudiantes para madurar y expresar sus ideas matemáticas.
- Finalmente, investigaciones como las anteriormente mencionadas indican que los estudiantes de trece y catorce años no acostumbran a resolver problemas utilizando estrategias que implican el uso del lenguaje algebraico.

El propósito de este trabajo es explorar las posibilidades que ofrecen los foros de conversación electrónicos para abordar estas dificultades. Las tareas matemáticas determinan el comportamiento de los alumnos que las afrontan. Pero la naturaleza del contexto también resulta ser un componente determinante.

Objetivos

Los objetivos de este estudio son:

Observar las trayectorias hipotéticas observadas en los foros de conversación electrónicos utilizados en el estudio, para determinar los elementos a analizar en la fase experimental de un estudio posterior más exhaustivo.

Buscar las características del foro como mediador en la construcción de conocimiento algebraico.

Marco teórico

Investigadores contemporáneos (ver por ejemplo Filloy & Rojano, 1989; Lins & Giménez, 1997) han identificado características del razonamiento algebraico y del lenguaje algebraico que están relacionadas con diferentes aspectos del álgebra. Bednarz, Kieran y Lee (1996) distinguen cuatro tendencias principales en el desarrollo actual de la investi-

gación y el currículo del álgebra escolar: generalización, resolución de problemas, modelización y funciones. El *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) identifica cuatro temas para el álgebra escolar: funciones y relaciones, modelización, estructuras, y lenguaje y representación. Kaput (1998) ha listado cinco formas de razonamiento algebraico: razonamiento, generalización y formalización; álgebra como manipulación guiada sintácticamente; álgebra como estudio de estructuras; álgebra como estudio de funciones, relaciones y variaciones; y álgebra como lenguaje de modelización. Lins y Giménez (1997) proponen admitir que el álgebra consiste en un conjunto de afirmaciones en que es posible producir significado en términos de números y operaciones aritméticas, incluyendo posiblemente igualdad y desigualdad.

La concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje: Con esta denominación, Coll presenta un enfoque constructivista particular en educación. Señala, como ejemplo de los esfuerzos de integración en torno a una orientación educativa, las aportaciones de estudios realizados por autores como Cobb y sus colaboradores en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estos autores, sin negar el interés y la relevancia de los enfoques socioculturales para dar cuenta de determinados aspectos de las prácticas educativas, abogan por la complementariedad de la aproximación sociocultural y de un enfoque emergente, que identifican como una variante del constructivismo social, que sería el resultado de la coordinación explícita de dos perspectivas teóricas distintas de la actividad: una *perspectiva social*, consistente en una *visión interaccionista de los procesos colectivos y compartidos que tienen lugar en el aula*, y una *perspectiva psicológica*, consistente en una

visión constructivista psicológica de la actividad individual de los alumnos (o del profesor/a) mientras participan en esos procesos compartidos y contribuyen a su desarrollo (Coll, 2002, p. 163). Desde una perspectiva cultural, también Bishop (1999) defiende la necesidad de que todos los alumnos participen en la construcción social de significado. Considera que la comunicación les permite poner en orden sus significados compartidos y resolver sus desacuerdos.

Los foros de conversación, como forma de comunicación mediada por ordenador (CMO), pueden convertirse en instrumentos útiles para resolver o discutir problemas conjuntamente. Permiten la reflexión durante el tiempo necesario, tener acceso a diferentes puntos de vista o contribuciones, revisar lo que se intenta comunicar antes de enviarlo. Combinan características de expresiones oral y escrita que pueden facilitar el aprendizaje colectivo (ver por ejemplo Murillo & Marcos, 2005; Trouche 2004). Según Weimar (1998), la naturaleza de la clase de matemáticas puede cambiarse a través del uso de la tecnología. A través de internet los estudiantes disponen de un aula mundial donde pueden mantener conversaciones sobre matemáticas, recibir ayuda individualizada y personalizada, participar en la resolución colaborativa de problemas con otros alumnos, participar en problemas en contexto, aplicaciones de las matemáticas, problemas relevantes, perseguir sus propios intereses e investigar de forma independiente; y construir y crecer a partir de la creación y la interacción. En cuanto a la adquisición de autonomía, el trabajo colaborativo, con la ayuda de las herramientas tecnológicas, puede ayudar a disminuir la dependencia de los estudiantes respecto al docente (Heid, 1998). Finalmente, el entorno electrónico no debe ser

considerado independientemente de la acción de los estudiantes ni de la acción del docente. Según Olive (2000), se establece un «micromundo» que no puede considerarse sin la presencia del docente que propone problemas y guía a los alumnos en sus exploraciones. Sin embargo, es la acción de los alumnos la que determina la eficacia de las intervenciones del profesor. Este «micromundo» adquiere sus características en las acciones de los estudiantes, y no existe independientemente de ellas (Olive, 1998).

Los significados de los símbolos se fijan en un rígido marco de convenciones. Como reacción (Freudenthal, 1973), abogamos por un enfoque que toma como punto de partida lo que el aprendiz ya conoce. En otras palabras, consideramos que el aprendizaje y la enseñanza del álgebra deben basarse en situaciones problemáticas que conduzcan a la simbolización. Pero también tendremos en cuenta las diferentes formas que presenta el pensamiento algebraico en los niveles correspondientes a edades tempranas: análisis de relaciones entre cantidades, darse cuenta de la existencia de estructuras, estudio del cambio, generalización, resolución de problemas, modelización, justificación, prueba, predicción (Kieran, 2004, p. 149).

La traducción de problemas a ecuaciones supone una de las principales cuestiones en la transición de la aritmética al álgebra, en términos de simbolismo y razonamiento. De acuerdo con Bell (1996), desde un punto de vista amplio significa la exploración de problemas de forma abierta, buscando más y más generales resultados.

La condición de agentes de transformación asignada a las TIC merece tenerse en consideración para concebir formas

de intervención que incidan en el cambio de los modelos pedagógicos, en las prácticas en el aula y en los contenidos curriculares, con el fin de conducir a los estudiantes hacia un aprendizaje significativo y satisfactorio (Rojano, 2003).

Metodología

El paradigma «design-based research» (DBR)

Se ha elegido una metodología basada en el *Design-based Research* (DBR). La elección responde a las características de este estudio, puesto que permite tender un puente entre la investigación teórica y la práctica educativa teniendo en cuenta la complejidad del contexto educativo en que se lleva a cabo. Como muestra el diagrama, la aplicación de esta metodología implica un proceso iterativo y evolutivo que requiere una serie de experimentaciones, evaluaciones y reajustes durante un período largo de tiempo.

El análisis de una necesidad de mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra en el primer ciclo de la ESO constituye el punto de partida a partir del cual se ha establecido una conjetura ubicada en el marco teórico del enfoque constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar.

La conjetura

Partiendo del lenguaje y los procedimientos empleados inicialmente por los propios alumnos, los foros de conversación del entorno digital MOODLE, utilizados para indagar colaborativamente en la búsqueda de estrategias de resolución de problemas:

- Facilitan la reflexión y la comunicación de ideas entre los alumnos.

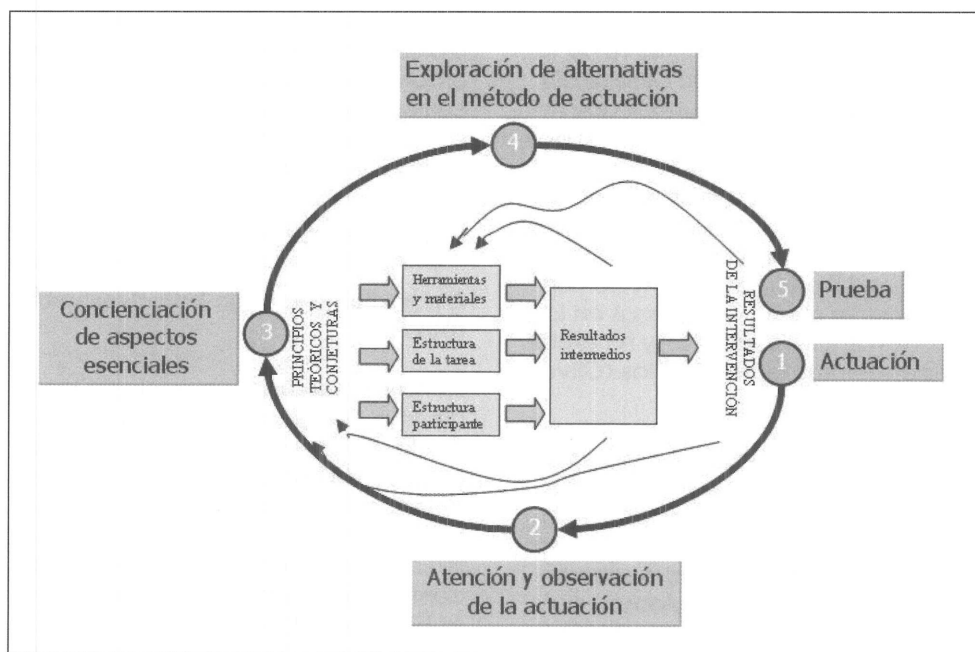


Figura 1. Elementos y fases del proceso iterativo implícito en las investigaciones basadas en el diseño.

- Actúan como agentes de cambio que repercuten en el rol docente y en las relaciones que se establecen en el aula.
- Facilitan la progresiva construcción individual (diferentes niveles y estrategias) y colectiva de conocimiento algebraico.

Elementos de la planificación

Siguiendo a Cobb y Gravemeijer (2006) y adaptando sus propuestas en el diseño de proyectos de investigación educativa en matemáticas, el procedimiento a seguir contemplará tres fases: (1) Fase de preparación, (2) Fase de experimentación, (3) Fase de análisis retrospectivo. Este estudio forma parte de la fase de preparación de una investiga-

ción más amplia. Se presentan en la Tabla 1 los elementos que se han tenido en la planificación de esta fase.

Los problemas de los foros

- **UN PARTIDO DE PING-PONG**
Si en un campeonato de ping-pong juegan n jugadores, ¿cuál es el número total de partidos que se realizarán?
- **GALLINAS Y CERDOS** (ver a continuación, a modo de ejemplo, el pequeño fragmento de conversación)
En una granja hay 18 animales entre cerdos y gallinas. En total hay 50 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos cerdos hay?
- **DIVISIONES**
¿Cuál es el menor número de tres cifras para el que siempre se obtienen residuos igual a 3 cuando se divide sucesivamente entre 4, entre 5 y entre 6?

Población	Tres grupos de 2º curso de la ESO del IES Montilivi (Girona) (curso 2005-06).
Contexto físico	El aula de informática
Instrumentos	Unidad didáctica Foros de conversación en un entorno electrónico 3 Problemas
Evaluación	Prueba individual escrita de resolución de problemas
Datos para el análisis	Diálogos de los foros Prueba individual escrita Encuesta

Tabla 1. Elementos de planificación.

Pequeño fragmento de conversación

Este pequeño fragmento de conversación extraído de uno de los foros no es especialmente representativo. Sin embargo, puede ejemplificar algún tipo

de interacciones realizadas entre los alumnos. La construcción conjunta de significados a través de la conversación vincula elementos cognitivos, pero también sociales y afectivos.

Re: gallines i porcs
per Natàlia - Friday, 31 March 2006, 11:52

Merce no entiendo qué has hecho 😊

Re: gallines i porcs
per Mercè - Friday, 31 March 2006, 12:01

el número de cerdos lo he encontrado de chiripa, pero cuando ya has encontrado los cerdos encuentras las gallinas. Parece difícil pero no lo es tanto. Intentalo! 😊

Re: gallines i porcs
per Natàlia - Friday, 31 March 2006, 12:05

Pues yo creo que en vez de encontrar el número de chiripa podríamos poner "n" y así sería como una ecuación, ¿no?

Valoraciones

A continuación se exponen datos y valoraciones aportados por el estudio piloto que se tendrán en consideración en el diseño de la siguiente etapa de la investigación:

- El foro de conversación utilizado durante la *resolución de problemas* ha sido valorado positivamente por la profesora como instrumento favorecedor de la expresión de ideas y del discurso.
- Los alumnos han valorado positivamente la experiencia y las interacciones con sus compañeros y con la profesora.
- A lo largo de todo el proceso se ha utilizado principalmente la *conversación acumulativa* y la *conversación exploratoria* (Mercer, 1997), en que los alumnos, guiados por la profesora y mediante las aportaciones compartidas por el grupo, razonarán, conjeturarán y tomarán decisiones conjuntas.
- Algunas intervenciones indican que estos foros, utilizados como instrumento de comunicación de ideas matemáticas, han permitido un acercamiento de las matemáticas a la realidad de los alumnos.
- Los alumnos no consideran excesivas las siete semanas que se han mantenido los problemas en los foros. Argumentan que ello permite *tomar tu tiempo*.
- En general, los alumnos han realizado muchas menos intervenciones que lecturas de las aportaciones de sus compañeros. Esto tal vez podría asociarse a intervenciones reflexivas.
- Han coexistido las interacciones presenciales y las interacciones *on line*. En general, los alumnos han manifestado su preferencia por esta modalidad mixta.
- Han tenido lugar interacciones entre alumnos de similares y de diferentes niveles cognitivos.
- Se ha valorado la conveniencia de introducir cambios en la gestión del tiempo disponible.
Esto no significa necesariamente aumentar las horas de dedicación a la materia. La propuesta de cambio podría concretarse en una concepción más global del currículo, y en el carácter transversal de algunos aspectos del conocimiento álgebraico que permiten ser tratados desde diferentes perspectivas. Este planteamiento significa, para autores como Kaput y Blanton (Op. cit.):
 - Promover hábitos de pensamiento y de representación en que se procure la generalización siempre que sea posible.
 - Tratar los números y las operaciones álgebraicamente –prestar atención a las relaciones existentes (y no sólo a los valores numéricos en sí) como objetos formales para el pensamiento álgebraico.
 - Promover el estudio de patrones y regularidades.
- A menudo se ha puesto de manifiesto la escasa frecuencia con que se han trabajado aspectos de modelización y de relaciones numéricas durante la etapa escolar correspondiente a Primaria, resultando preciso insistir en la realización de actividades de este tipo antes de introducir aspectos relacionados con la manipulación de símbolos.
- Deben tenerse en cuenta las dificultades para escribir algunas expresiones matemáticas con los instrumentos disponibles en los espacios correspondientes a los foros del entorno electrónico.
- No se han llevado a cabo en el aula de informática las actividades previstas de «geometría y álgebra». Se ha intentado compensar esta falta

con el trabajo sobre resolución de problemas en el aula ordinaria.

— Se ha constatado la conveniencia de:

- Completar en determinados momentos el discurso escrito con el discurso presencial alumno-alumno, alumno-profesora, o en gran grupo.
- Realizar actividades en el aula ordinaria.
- Utilizar material en actividades concretas de modelización.
- Intervención docente.

— Se han obtenido resultados satisfactorios en la construcción de conocimiento algebraico por parte de los estudiantes.

— A partir de la experiencia se puede realizar una primera *caracterización de la función docente*:

- Diseñar y planificar la actividad.
- Seleccionar problemas representativos que motiven el discurso.
- Conocer el recurso utilizado (entorno virtual moodle) y las posibilidades que ofrece.
- Realizar un seguimiento de los diálogos de los foros que permita detectar con prontitud la conveniencia de orientar el proceso de construcción de conocimiento a partir del contenido de las intervenciones de los alumnos.

- Promover la participación de todos los alumnos.
- Promover la expresión y la comunicación de ideas matemáticas entre los alumnos.
- Ofrecer ayuda ajustada (scaffolding) y guía si se considera necesario.
- Detectar y conduciendo las posibilidades que ofrecen los errores.
- Promover de forma progresiva la abstracción y la generalización.
- Promover la reflexión, la conjetura y la experimentación.
- Evaluar la actividad.

A modo de conclusión

Una reflexión sobre el proceso y los resultados de este estudio llevan a considerar que en el primer ciclo de la ESO los foros de conversación pueden incidir en la motivación del alumnado y actuar como mediadores en la construcción de conocimiento algebraico cuando son utilizados en un entorno digital para la resolución de problemas de forma colaborativa. Además, se ha constatado que las características de sus repercusiones en el aprendizaje realizado por los alumnos y en el rol docente merecen ser tenidos en consideración.

Dirección de contacto:

Pilar Royo Regueiro
IES Montilivi (Girona)
C/ Ma Aurèlia Capmany, 55
7003-GIRONA
E-mail: mroyo223@xtec.cat

Referencias

- ANDERSON, T. (2001). En Terry Anderson & Fathi Elloumi (Eds.), *Theory and Practice of Online Learning*, 11, 273-294. Athabasca University. Consulta 14 marzo 2006, en http://cde.athabascau.ca/online_book/index.html
- BELL, A. (1996). Algebraic thought and the role of a manipulable symbolic language. En Bednarz, N. et al. (Eds.), *Approaches to algebra*. Dordrecht: Kluwer.
- BISHOP, A. J. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- BEDNARZ, N., KIERAN, C. AND LEE, L. (Eds.), (1996). *Approaches to algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- BOOTH, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor, UK: NFER-Nelson.
- BOOTH, L.R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. *The Ideas of Algebra*, K-12, 1988 Yearbook, NCTM, Reston, USA.
- COBB, P. & GRAVEMEIJER, K. (2006). Experimenting to Support and Understand Learning Processes. Consulta 15 abril 2006, en http://itdev.gmu.edu/deie/Drafts/-Cobb_02.doc
- COLL, C. (2002). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y del aprendizaje. En Coll, C., Palacios, J., Marchesi, A. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*, (pp.157-185). Madrid: Alianza.
- CROOK, Ch. (1998). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Madrid, Morata/MEC Ministerio de educación y cultura (Título original: *Computer and the collaborative experience of learning*, London: Routledge, 1994).
- D'AMBROSIO, U. (2005, Julio). Conferencia de cierre del Encuentro Internacional en Homenaje a Paulo Abrantes: Educação Matemática: Caminhos e Encruzilhadas. Lisboa.
- FILLOY, E. & ROJANO, T (1989). Solving Equations: the Transition from Arithmetic to Álgebra. En *For the Learning of Mathematics Issue*, 2 (9), 19-25.
- FREUDENTHAL, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel.
- HEID, M. K. (1998). *The impact of computing technology on the teaching and learning of mathematics at the secondary level: Implications for Standards 2000*. The Pennsylvania State University. Consulta 20 julio 2006, en <http://mathforum.org/technology/papers/papers/heid/heid.html>

KAPUT, J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by «algebrafying» the K-12 curriculum. Ponencia presentada en Algebra Symposium, Washington, DC.

KAPUT, J. (2000). *Teaching and learning a new algebra with understanding*, University of Massachusetts-Dartmouth. Consulta 12 enero 2006, en <http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/KaputAlgUnd.pdf>

KAPUT, J. & BLANTON, M. (2005). *Algebrafying elementary mathematics in a teacher-centered, systemic way*. (Retirado el 30 Junio de 2005 de <http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/AlgebrafyingMath.pdf>)

KIERAN, C. (1992): The learning and teaching of school algebra. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (390-419). New York: Macmillan.

KIERAN, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.

LINS, R. y GIMÉNEZ, J. (1997). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. São Paulo: Papirus.

MALISANI, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico, visión histórica. *Revista IRICE del Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación*, N.º 13. Argentina. Consulta 7 febrero 2005, en <http://math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf>

MEC (2002). Ley de Calidad, Ley Orgánica 10/2002 de 23 de diciembre.

MERCER, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento. El habla de profesores y alumnos*. Barcelona: Paidós.

MURILLO, J.; MARCOS, G., (2005). *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. Investigación en educación matemática. IX Simposio de la SEIEM. Universidad de Córdoba: Córdoba.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

OLIVE, J. (1998). Opportunities to explore and integrate mathematics with «The Geometer's Sketchpad.» En Lehrer, R. & Chazan, D. (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (395-418). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

OLIVE, J. (2000). Computer tools for interactive mathematical activity in the elementary school. *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5: 241-262.

PALAREA MEDINA, M. (1998): Tesis doctoral «La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años». Universidad de La Laguna.

ROJANO, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas Secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*, nº 33, 135-165.

SOCAS, M. M., PALAREA, M. M. Y OTROS (1990). *Una clasificación de errores en Álgebra*. Actas XIV Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas. Servicio de Publicaciones. Universidad de La Laguna, Vol. III, pp. 1541-1546.

TALL, D. (1989). Different Cognitive Obstacles in a Technological Paradigm. Research Agenda for Mathematics Education. Research Issues. En Wagner y Kieran (Eds.), *Learning and Teaching for Algebra*. Reston: NCTM.

TROUCHE, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9, 281-307.

WEIMAR, S. (1998). *Using the internet for mathematics education*. Consulta 3 marzo 2006, en <http://mathforum.org/technology/papers/papers/weimar.html>